

《数学大观》

二十二、数学家、数学教育家

——杨辉

主讲人：青课



01

杨辉及其数学贡献



杨辉，南宋著名数学家、数学教育家，字谦光，钱塘（今杭州）人。

杨辉著有5部共21卷数学书，其特点是深入浅出，便于初学，同时也有不少创新。



杨辉的著作《详解九章算法》中的“开方作法本源图”曾被称为“**杨辉三角形**”，杨辉指明此系贾宪(约11世纪)所用，因此称为“贾宪三角形”更为合理。

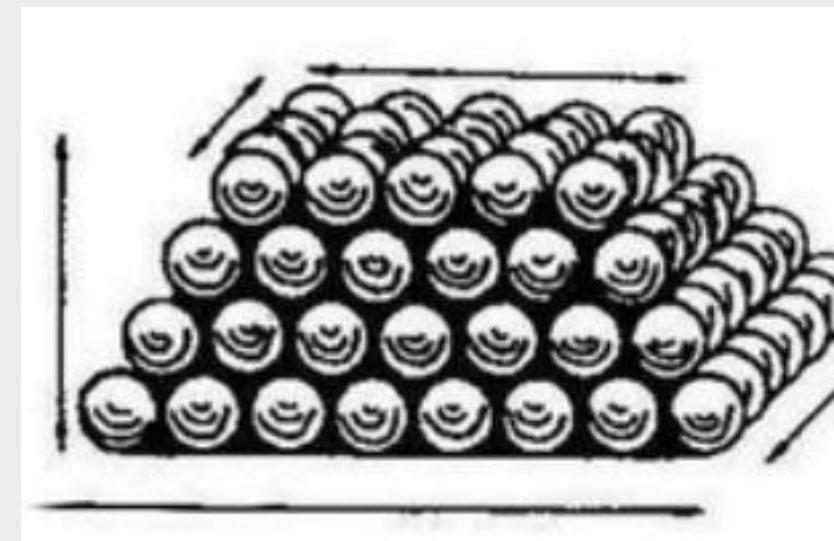
西方称这样的二项式系数排列为“**帕斯卡三角形**”。



1. 级数求和——垛积术

垛积术，是指高阶等差级数求和问题。

这个课题的研究开始于北宋沈括，
经过杨辉的进一步研究，到元代
朱世杰把它推到十分完备的境界。



1. 级数求和——垛积术

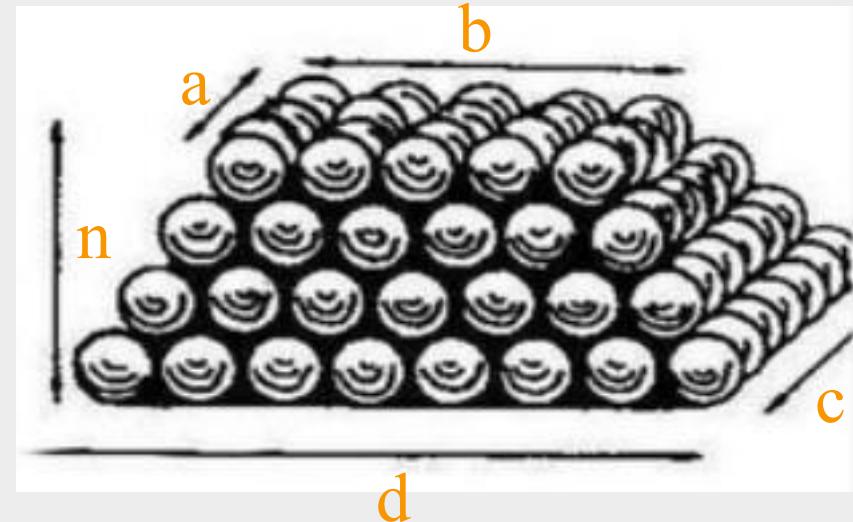
北宋科学家沈括（1031-1095，字存中，钱塘人）在《梦溪笔谈》卷18首创“隙积术”：

垛积 S：上底宽是 a 个物体、长是 b 个物体、
下底宽是 c 个物体、长是 d 个物体、高是 n 层

长方棱台：上底宽是 a 、长是 b 、
下底宽是 c 、长是 d ，高是 n

垛积体积多 $\frac{6}{n}(c - a)$

$$S = ab + (a+1)(b+1) + \dots + cd = \frac{6}{n} [(2b+d)a + (2d+b)c] + \frac{6}{n}(c - a)$$





1. 级数求和——垛积术

实际是二阶等差级数求和问题





1. 级数求和——垛积术

杨辉垛积术中提出4个二阶等差级数求和的问题：

(1) 四隅垛 (比类方锥、阳马) :

$$a^2 + (a+1)^2 + (a+2)^2 + \dots + (b-1)^2 + b^2 = \frac{n}{3} \left(a^2 + b^2 + ab + \frac{b-a}{2} \right)$$

1. 级数求和——垛积术

(2) 方垛 (比类方亭) :

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n}{3} (n + 1) + (n + \frac{1}{2}) , \quad (2)$$





1. 级数求和——垛积术

(3) 三角垛 (比类鳖臑) :

$$1+3+6+10+\dots+\frac{n(n+1)}{2} = \frac{n}{6}(n+1)(n+2), \quad (3)$$



1. 级数求和——垛积术

(4) 鸟童类垛子垛：

$$ab + (a+1)(b+1) + (a+2)(b+2) + \dots + (c-1)(d-1) + cd =$$

$$\frac{n}{6}[(2b+d)a + (2b+d)c + \frac{n}{6}(c-a)]$$



1. 级数求和——垛积术

杨辉的其他多面体体积公式都分别与方锥、方亭、鳖臑相比类，而独立导出的。

例如：方亭（正四棱台，设a为上底边长，b为下底边长）体积为：

$$V = \frac{h}{3} (a^2 + b^2 + ab)$$



1. 级数求和——垛积术

若由大小相等的圆球垛成类似于正四棱台的方垛，上底由 $a \times a$ 个球组成，以下各层的长、宽依次各增加1个球，共有n层，最下层(即下底)由 $b \times b$ 个球组成，物体总个数为：

$$S = \frac{n}{3} \left(a^2 + b^2 + ab + \frac{a-b}{2} \right)$$

2.乘除捷算法

杨辉特别重视乘法，他在《详解九章算法》中专门指出：“夫习算者，以乘法为主。”同时他认为：“乘除者本钩深致远之法。”

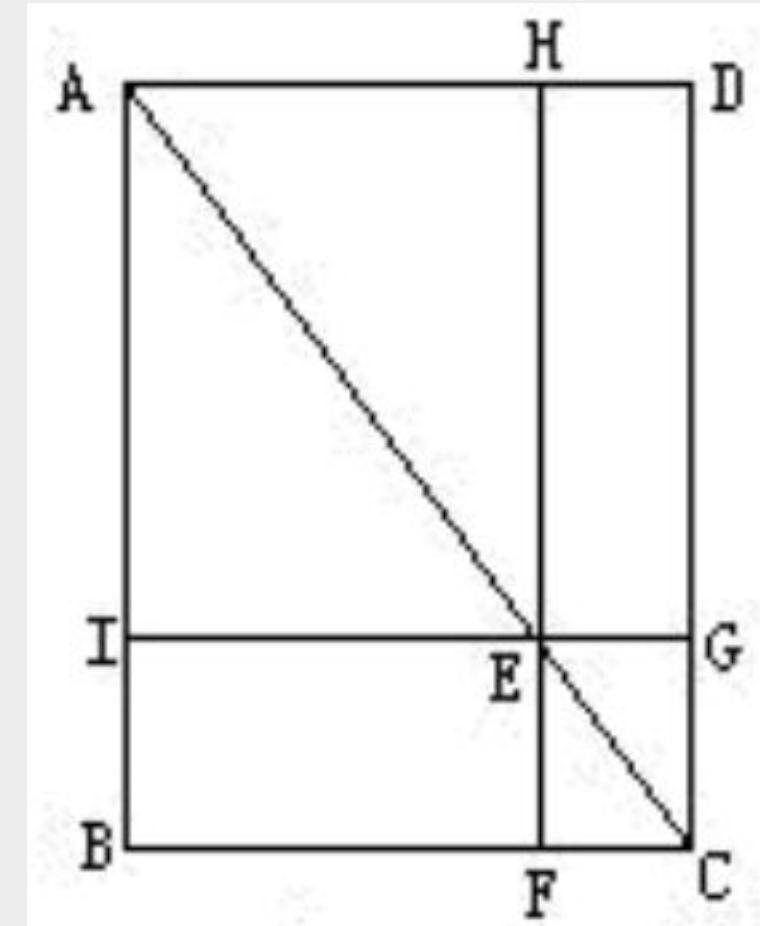
因此杨辉创造出新的乘除捷法，他的“相乘大法”有六法：“单因”、“重因”、“身前因”、“相乘”、“重乘”、“损乘”）。他还提出乘算加法五术和除算减法四术。



3. “容横容直”原理

在《详解九章算法》及《续古摘奇算法》中，杨辉讨论了**勾股容方问题**，并在后书中给出如下定理：

直田之长名股，其阔名勾，于两隅角斜界一线，其名弦。弦之内外分二勾股，其一勾中容横，其一股中容直，二积之数皆同。



02

杨辉的数学教育理论





杨辉十分重视数学教育和数学普及工作，《详解九章算法》就是为普及《九章算术》中的数学知识而作。

他提出了一系列**数学教学与数学学习**的针对性很强的教学思想和教学方法：

“须责实有”

注重计算，提倡捷法

循序渐进，步步为营



精讲多练，注重启发、引导，熟能生巧

熟读精思，算中明理

融会贯通，灵活运用所学知识

题解、比类、图验相结合

感谢聆听

